

Hong Kong Mathematics Olympiad (1992 – 93)

Heat Event (Group)

香港數學競賽(1992 – 93)

初賽項目(團體)

1. A car  $P$  is  $10\sqrt{2}$  km north of another car  $Q$ . The two cars start to move at the same time with  $P$  moving south-east at 4 km/h and  $Q$  moving north-east at 3 km/h. Find their smallest distance of separation in km.

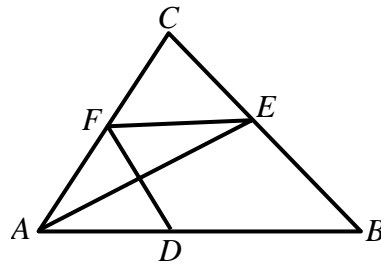
一汽車  $P$  位於另一汽車  $Q$  以北  $10\sqrt{2}$  km。兩車同時起步，其中  $P$  以 4 km/h 速度向東南方走， $Q$  則以 3 km/h 速度向東北方走。求兩車最接近時的距離並以 km 表之。

2. If  $\alpha, \beta$  are the roots of the equation  $x^2 - 3x - 3 = 0$ , find  $\alpha^3 + 12\beta$ .

若  $\alpha, \beta$  為方程  $x^2 - 3x - 3 = 0$  的兩根，求  $\alpha^3 + 12\beta$ 。

3. As shown in figure 1, the area of  $\triangle ABC$  is 10.  $D, E, F$  are points on  $AB, BC$  and  $CA$  respectively such that  $AD : DB = 2 : 3$ , and area of  $\triangle ABE =$  area of quadrilateral  $BEFD$ . Find the area of  $\triangle ABE$ .

在圖 1 中，三角形  $ABC$  的面積為 10。 $D, E$  及  $F$  分別為  $AB, BC$  及  $CA$  上的點且滿足  $AD : DB = 2 : 3$ ，且  $\triangle ABE$  的面積 = 四邊形  $BEFD$  的面積。求  $\triangle ABE$  的面積。



(Figure 1) (圖 1)

4. What is the maximum number of regions produced by drawing 20 straight lines on a plane?

在一平面上畫 20 條直線，最多可將平面分成幾個區域？

5. The product of 4 consecutive positive integers is 3024. Find the largest integer among the four.

若四個連續正整數的乘積為 3024，求其中最大的一個。

6. Find the sum of all real roots of the equation  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) = 3$ .

求方程  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) = 3$  的實根的總和。

7. If  $a$  is an integer and  $a^7 = 8031810176$ , find the value of  $a$ .

若  $a$  為一整數，且  $a^7 = 8031810176$ ，求  $a$  的值。

8. If  $x$  and  $y$  are real numbers satisfying

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - 3x - 3y = 1 \\ xy = 1 \end{cases}$$

and  $x > y > 0$ , find the value of  $x$ .

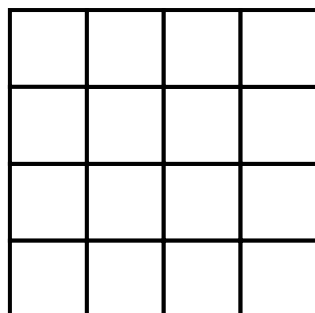
若  $x$  及  $y$  為實數，且

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 - 3x - 3y = 1 \\ xy = 1 \end{cases}$$

及  $x > y > 0$ ，求  $x$  的值。

9. Each side of a square is divided into four equal parts and straight lines are joined as shown in figure 2. Find the number of rectangles which are not squares.

一正方形的每邊被直線均分為四份，如圖 2。求非正方形的長方形數目。



(Figure 2) (圖 2)

10. If  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  and  $\cos \theta - \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ , find the value of  $\cos \theta + \sin \theta$ .

若  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ，且  $\cos \theta - \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，求  $\cos \theta + \sin \theta$  的值。